

# جهت نیروی اصطکاک

عزت‌الله رضایی کردستان، قروه، دبیرستان  
استعدادهای درخشان شهید احمدی روشن  
خاطره جعفری تهران، دانشگاه صنعتی شریف  
مجتبی گلشنی دانشگاه شهید باهنر کرمان

## چکیده

تعیین جهت نیروی اصطکاک یکی از مسائلی است که شاید در برخی موارد، به ویژه در حرکت دورانی، پیچیده باشد.

در این مقاله یک روش کلی برای تعیین جهت نیروی اصطکاک بیان می‌شود. این روش نشان می‌دهد که

جهت نیروی اصطکاک به شرایط اولیه مسئله و برخی پارامترهای دستگاه از جمله، مکان اثر نیرو، زاویه سطح، جرم و... بستگی دارد و در برخی موارد به سادگی قابل پیش‌بینی نیست.

کلیدواژه‌ها: نیرو، اصطکاک، جهت

## ۱. مقدمه

روند تدریجی آموزش و ساده‌سازی در یادگیری فیزیک، سبب می‌شود اغلب مطالب فیزیکی دوره متوسطه به صورت سطحی و به دور از پیچیدگی مطرح شوند. محدود بودن مسئله به شرایط خاص و یا عدم تحلیل دقیق مسئله، می‌تواند پرسش‌های گوناگون و گاهی متناقض را در ذهن دانش‌آموزان بآهوش و وجود آورد. از این رو، لازم است معلم در بیان مفاهیم به روابط دقیق توجه داشته باشد. یکی از مسائلی که معمولاً بنا به شرایط خاص مسئله و به سبب ساده‌سازی مورد بررسی قرار نمی‌گیرد، جهت نیروی اصطکاک است [۱، ۲].

با اینکه نیروی اصطکاک به عنوان عامل بازدارندگی و اتلاف انرژی شهرت دارد اما در پاسخ به این پرسش که چه عاملی باعث می‌شود انسان روی زمین راه برود، مشاهده می‌شود که نیروی اصطکاک می‌تواند عامل حرکت نیز باشد. پیدا

کردن جهت نیروی اصطکاک در انواع حرکت‌ها می‌تواند پیچیده باشد [۳]. در این مقاله با بیان چند مثال مختلف، به بررسی روش‌های کلی تعیین جهت نیروی اصطکاک خواهیم پرداخت.

زمانی که به جلو راه می‌رویم، اصطکاک در چه جهتی به پای ما وارد می‌شود؟

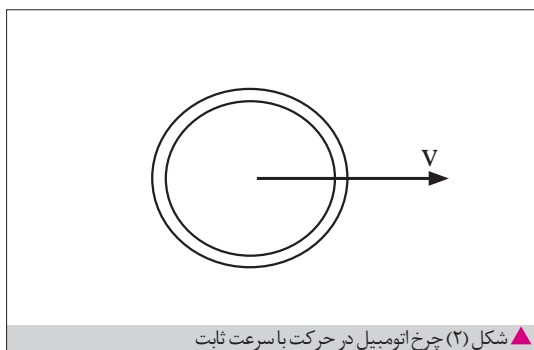
اصطکاک چگونه باعث جلو رفتن اتومبیل و توقف آن می‌گردد؟ اگر به یک چرخ ساکن روی سطح افقی، نیروی افقی  $F$  را وارد کنیم، اصطکاک در چه جهتی بر آن اثر می‌کند؟ و آیا محل وارد کردن نیرو مهم است؟

زمانی که یک مهره به جرم  $m$  روی تسمه نقاله می‌افتد، اصطکاک چگونه و در چه جهتی باعث حرکت مهره می‌شود؟ در حرکت استوانه روی سطح شیب‌دار آیا جهت نیروی اصطکاک همیشه در خلاف جهت حرکت مرکز جرم استوانه است؟

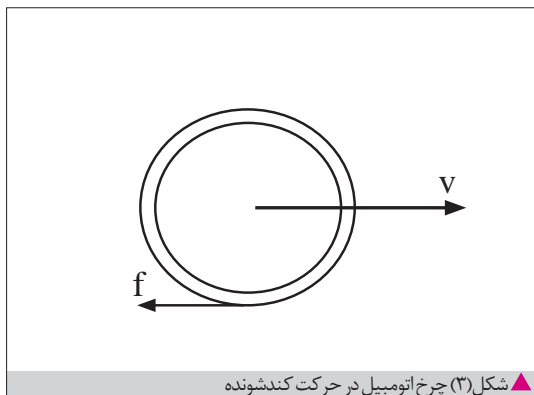
## ۲. راه رفتن

برای شروع بحث و به عنوان یک مثال ساده برای تعیین جهت نیروی اصطکاک، ابتدا راه رفتن را مورد بررسی قرار می‌دهیم. از آنجایی که نیروی اصطکاک تمایل دارد مانع لغزش سطوح روی یکدیگر شود [۳]، باید بررسی شود که زمان قدم برداشتن، کف پای ما به عنوان نقطه تماس بدن با سطح، تمایل دارد به کدام سمت حرکت کند؛ آنگاه نیروی اصطکاک در خلاف همان سمت است. با این توضیح، پا و سطح توسط نیروی اصطکاک به همدیگر نیرو (افقی) وارد می‌کنند به طوری که نیروی کنش به سطح و به سمت عقب وارد می‌شود و نیروی واکنش به پا و به سمت جلو وارد

نکته دیگری که باید در نظر گرفت این است که در این حالت نیروی اصطکاک رو به جلو، بسته به شرایط، می تواند از نوع اصطکاک ایستایی یا جنبشی باشد. وقتی که اتومبیل بدون سر خوردن شروع به حرکت کند (مثلاً در جاده آسفالت که ضریب اصطکاک ایستایی آن بالا است) اصطکاک از نوع ایستایی است اما وقتی که اتومبیل در شروع به حرکت لغزش داشته باشد (مانند شروع حرکت در جاده گل آلود، یا در حرکت به اصطلاح "تیک آف"، اصطکاک از نوع جنبشی است. در ادامه، وقتی که اتومبیل با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می دهد، نیروی اصطکاک (ایستایی و جنبشی) بین چرخ ها و جاده صفر می باشد. زیرا طبق قانون دوم نیوتون برآیند نیروی افقی وارد بر اتومبیل صفر است (شکل ۲).



سرانجام، وقتی راننده ترمز می گیرد و حرکت اتومبیل شتابدار کندشونده است، جهت نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت اتومبیل است (شکل ۳). ممکن است ترمز گرفتن با غلتش کامل باشد (بدون سر خوردن، اصطکاک ایستایی) یا اینکه لغزش داشته باشد (سر خوردن، اصطکاک جنبشی) که در تعیین جهت نیروی اصطکاک بی تأثیر است.

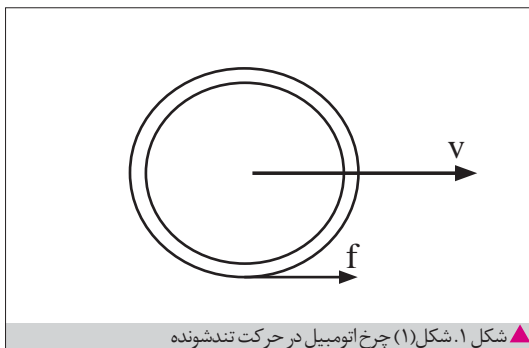


این مثال نشان می دهد که در یک مسئله خاص شرایط حرکت می تواند نقشی تعیین کننده در جهت نیروی اصطکاک داشته باشد.

می شود که هر دو نیروی کنش و واکنش از جنس نیروی اصطکاک هستند. به عبارت دیگر، ما در هنگام قدم زدن، زمین زیر پای خود را به سمت عقب هل می دهیم و سطح ما را به سمت جلو هل می دهد. این یک مثال ساده از تعیین جهت نیروی اصطکاک است. در این حالت، اصطکاک رو به جلو و بسته به نوع سطح می تواند از نوع اصطکاک ایستایی یا جنبشی باشد. مثلاً هنگامی که روی یک سطح معمولی بدون سر خوردن حرکت می کنید اصطکاک ایستایی است. در حالی که، وقتی روی یک سطح لیز مانند یخ می لغزید، اصطکاک از نوع جنبشی است.

### ۳. حرکت رو به جلوی اتومبیل

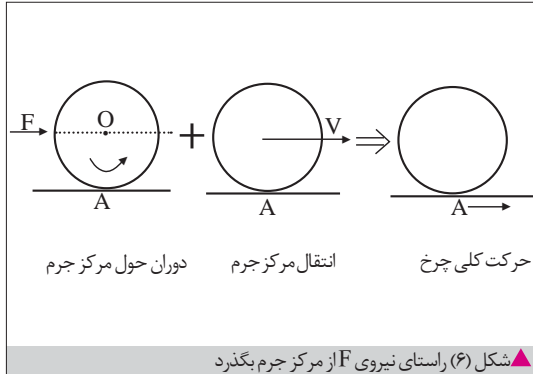
اتومبیلی را در نظر بگیرید که از حال سکون در یک جاده افقی شروع به حرکت می کند، پس از مدت زمان کوتاهی که سرعت اتومبیل به اندازه کافی افزایش یافت، اتومبیل با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می دهد. لحظاتی بعد راننده مانعی را در جلوی مسیر می بیند و ترمز می گیرد و اتومبیل پس از طی مسافتی متوقف می شود. این یک مثال ساده از انواع حرکت های دورانی است که در زندگی روزمره ما به وقوع می پیوندد. حال فرض کنید در این مسئله از مقاومت هوا و هر نیروی اتلافی دیگری به جز اصطکاک بین چرخ های اتومبیل و جاده چشم پوشی شود. جهت نیروی اصطکاک وارد بر چرخ ها در هر یک از مراحل حرکت اتومبیل چگونه است؟ در این مثال، سعی می کنیم با استفاده از قانون دوم نیوتون جهت نیروی اصطکاک را تعیین کنیم. ابتدا حرکت اتومبیل شتابدار تندشونده است از این رو نیروی اصطکاک بین چرخ ها و جاده هم جهت با حرکت اتومبیل و رو به جلو است (شکل ۱)، زیرا نیروی اصطکاک تنها نیروی خارجی افقی وارد بر اتومبیل است که باعث افزایش سرعت آن می شود.



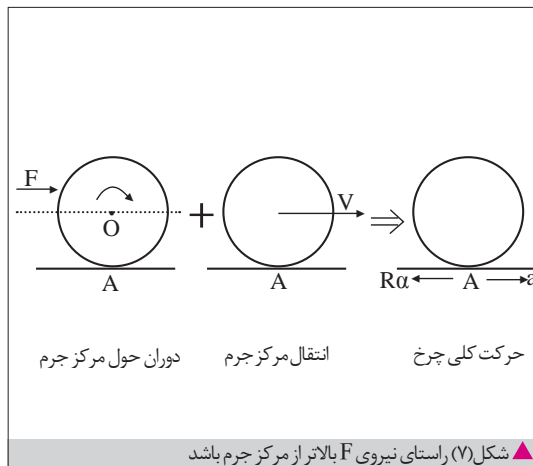
البته توجه به این نکته ضروری است که نیروی اصطکاک هیچ گاه به دستگاه انرژی نمی دهد! و فقط انرژی جنبشی دورانی چرخ ها را به انرژی جنبشی انتقالی اتومبیل تبدیل می کند.

## ۴. چرخ قائم و نیروی خارجی افقی

در صورتی که امتداد  $F$  از مرکز چرخ بگذرد، گشتاور  $\tau$  حول مرکز جرم صفر است و نیروی  $F$  فقط باعث حرکت انتقالی چرخ می شود (شکل ۶).



سرانجام، اگر امتداد  $F$  از بالای مرکز جرم چرخ ( $O$ ) بگذرد، گشتاور نیروی  $\tau$  می خواهد چرخ را به صورت ساعتگرد حول مرکز جرم بچرخاند. (شکل ۷).



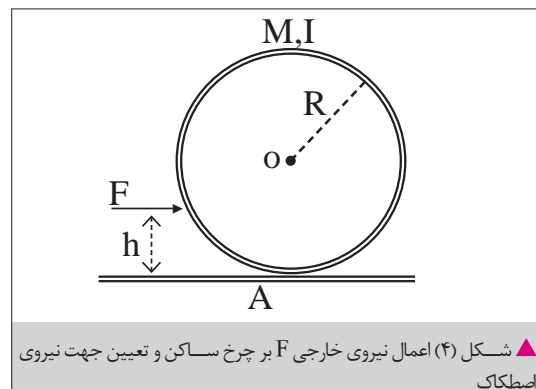
واضح است که در شکل های (۵) و (۶) نقطه تماس  $A$  می خواهد به سمت راست جابه جا شود، بنابراین در این دو حالت که  $h \leq R$  با قطعیت کامل می توان گفت که نیروی اصطکاک وارد بر  $A$  در خلاف جهت  $F$  است.

اما، وضعیت برای شکل (۷) که  $h > R$  متفاوت است. در این شرایط، جهت حرکت  $A$  ناشی از نیروی  $F$  و گشتاور نیروی آن  $\tau$  در خلاف جهت یکدیگرند. بنابراین بسته به اینکه  $(a - R\alpha)$  مثبت یا منفی باشد، نقطه  $A$  می خواهد به سمت راست یا چپ حرکت کند، و در نتیجه نیروی اصطکاک به ترتیب به سمت چپ یا راست خواهد بود. واضح است که در این وضعیت، با افزایش  $(h - R)$  گشتاور نیرو و در نتیجه شتاب زاویه ایی حول مرکز جرم  $(\alpha)$  افزایش می یابد. بنابراین انتظار داریم در یک  $h$  خاص رابطه زیر برقرار باشد.

$$a = R\alpha \quad (1)$$

یعنی اگر نیروی  $F$  در این ارتفاع خاص  $h$  به چرخ وارد شود،

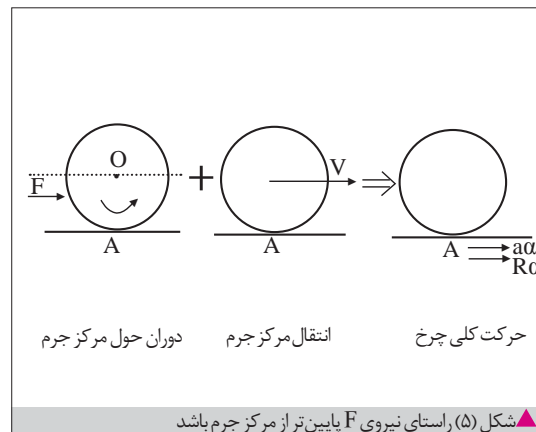
فرض کنید چرخ به جرم  $M$  و شعاع  $R$  و لختی دورانی  $I$  حول مرکز جرم خود، روی یک سطح افقی دارای اصطکاک در حال سکون است. در لحظه  $t=0$  نیروی افقی  $F$  در ارتفاع  $h$  به چرخ وارد می شود (شکل ۴)، در این حالت جهت نیروی اصطکاک وارد بر چرخ از طرف زمین چگونه است؟ شاید در نگاه اول چنین به نظر برسد که این نیرو همواره خلاف جهت نیروی خارجی  $F$  و به سمت چپ است. اما همان طور که بعداً خواهیم دید، این گفته همواره صحیح نیست و مسئله نیاز به بررسی و تحلیل فیزیکی دارد.



برای تعیین جهت نیروی اصطکاک باید به این نکته توجه داشته باشیم که نیروی  $F$  می خواهد نقطه تماس  $A$  را به چه سمتی جابه جا کند؟ در این صورت با قطعیت می توان گفت که نیروی اصطکاک در خلاف آن جهت خواهد بود.

نیروی افقی  $F$  می تواند به دو نوع حرکت متمایز در چرخ بینجامد [۳]: (۱) حرکت انتقالی مرکز جرم مطابق با رابطه  $F = m\bar{a}$  و (۲) حرکت دورانی حول مرکز جرم مطابق با روابط گشتاور  $\bar{\tau} = I\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\tau} = \bar{r} \times \bar{F}$

واضح است که اگر امتداد نیروی  $F$  از زیر مرکز جرم چرخ ( $O$ ) بگذرد، گشتاور نیروی  $\tau$  می خواهد چرخ را در جهت پادساعتگرد حول مرکز جرم بچرخاند (شکل ۵).



با اینکه نیروی اصطکاک به عنوان عامل بازدارندگی و اتلاف انرژی شهرت دارد، اما در پاسخ به این پرسش که چه عاملی باعث می شود انسان روی زمین راه برود، مشاهده می شود که نیروی اصطکاک می تواند عامل حرکت نیز باشد

چرخ غلتش کامل خواهد داشت (شتاب نقطه پایین چرخ صفر است) و نیروی اصطکاک وارد بر آن (ایستایی و جنبشی) صفر خواهد بود. علاوه بر این، در ارتفاع های  $h > h_0$  داریم  $R\alpha > a$  و نیروی اصطکاک در جهت  $F$  و رو به جلو خواهد بود؛ این نتیجه جالب و برخلاف پیش بینی سطحی است که نیروی اصطکاک حتماً در خلاف جهت نیروی خارجی  $F$  است. این مسئله همچنین نشان می دهد که تعیین جهت نیروی اصطکاک می تواند پیچیده باشد.

$$a = R\alpha = \frac{Fh}{I + MR^2} \quad (6)$$

$$f_s = F\left(\frac{hMR}{I + MR^2} - 1\right) \quad (7)$$

در ادامه برای تکمیل بحث، ارتفاع  $h_0$  را محاسبه می کنیم. بدین منظور، در غیاب نیروی اصطکاک (در ارتفاع  $h_0$  نیروی اصطکاک صفر است)، شتاب انتقالی  $a$  و شتاب زاویه ای  $\alpha$  را محاسبه می کنیم. برای حرکت انتقالی مرکز جرم داریم:

$$F = M\bar{a} \Rightarrow N = Mg, a = \frac{F}{M} \quad (2)$$

و برای حرکت دورانی حول مرکز جرم داریم:

$$\begin{aligned} \bar{\tau} = I\bar{\alpha} &\Rightarrow \bar{\tau}_F + \bar{\tau}_N + \bar{\tau}_{Mg} = I\bar{\alpha} \Rightarrow \\ F(h - R) = I\alpha &\Rightarrow \\ \alpha = \frac{F}{I}(h - R) &\quad (3) \end{aligned}$$

بنابراین

$$a - R\alpha = \frac{F}{M} = \frac{F}{M}$$

و با اعمال شرط صفر بودن شتاب کل نقطه تماس [۳]، داریم:

$$a - R\alpha = 0 \Rightarrow h_0 = R\left(1 + \frac{I}{MR^2}\right) \quad (4)$$

به عنوان مثال برای چرخ استوانه ای یکنواخت داریم  $I = \frac{1}{2}MR^2$  و بنابراین  $h_0 = \frac{3}{2}R$  خواهد بود.

هدف این مسئله تعیین جهت نیروی اصطکاک بود که حاصل شد، اما اجازه دهید در این مثال خاص، حرکت چرخ را در وضعیت  $h < h_0$  (که نیروی اصطکاک به سمت جلو است) مورد بررسی قرار دهیم. ابتدا فرض کنید حرکت چرخ بدون لغزش باشد. در این حالت نیروی اصطکاک بین چرخ و زمین از نوع اصطکاک ایستایی است و چرخ دارای غلتش کامل خواهد بود و داریم:

$$\begin{cases} F + f_s = Ma, N = Mg \\ F(h - R) - f_s R = I\alpha \end{cases} \quad (5)$$

با اعمال شرط غلتش کامل  $a = R\alpha$  جواب به صورت زیر

اصطکاک ایستایی هیچ کاری بر روی چرخ انجام نمی دهد و باعث اتلاف انرژی نمی شود، زیرا در این شرایط سرعت نقطه پایین چرخ به صورت رابطه  $v = (a - R\alpha)t$  و همواره صفر است و چرخ روی سطح لغزش نخواهد داشت. شرط لازم برای غلتش کامل آن است که  $f_s$  محاسبه شده در رابطه (۷) قابل تأمین باشد. بنابراین، شرط غلتش کامل را می توان به صورت زیر نوشت [۳]:

$$f_s \leq \mu_s N \quad (8)$$

$$\Rightarrow F\left(\frac{hMR}{I + MR^2} - 1\right) \leq \mu_s Mg$$

$$\mu_s \geq \frac{F}{Mg} \left(\frac{hMR}{I + MR^2} - 1\right).$$

اما، اگر این شرط برقرار نباشد (ضریب اصطکاک ایستایی سطح و چرخ کوچک باشد، مانند حرکت چرخ روی یک سطح لیز)، چرخ می لغزد و نیروی بین چرخ و زمین از نوع اصطکاک جنبشی خواهد بود. در این شرایط، معادله های حرکت چرخ و جواب آن ها بدین صورت خواهد شد:

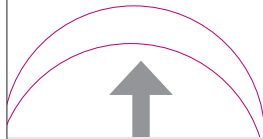
$$\begin{cases} F + f_k = Ma \\ N = Mg, f_k = \mu_k N \\ F(h - R) - f_k R = I\alpha \end{cases} \quad (9)$$

$$a = \frac{F}{M} + \mu_k g \quad (10)$$

$$= \frac{F(h - R) - \mu_k MgR}{I} \quad (11)$$

در این حالت شتاب نقطه تماس چرخ با زمین  $(a - R\alpha)$  مقداری غیر صفر و منفی خواهد شد و چرخ روی زمین می لغزد و بر اثر لغزش بخشی از انرژی آن توسط اصطکاک جنبشی تلف می شود.

روش مطرح شده برای تعیین جهت اصطکاک را می توان به مسائل پیچیده تر نیز تعمیم داد. نکته مهم و کلیدی در این روش، تعیین جهت حرکت (یا حرکت احتمالی) نقطه تماس



**بررسی  
مثال‌های  
مختلف  
تعیین جهت  
نیروی  
اصطکاک  
نشان می‌دهد  
که تعیین  
جهت این  
نیرو همواره  
کار ساده‌ای  
نیست**

جسم به سطح است که باید در غیاب نیروی اصطکاک محاسبه گردد (محاسبه شتاب نقطه تماس در غیاب اصطکاک). پس از آن، اگر این شتاب غیرصفر و نقطه تماس تمایل به حرکت داشته باشد، نیروی اصطکاک در جهتی خواهد بود که در صورت امکان از این لغزش جلوگیری کند (شتاب نقطه تماس در حضور اصطکاک را صفر کند، اصطکاک ایستایی) و یا اینکه از مقدار آن بکاهد (شتاب نقطه تماس در حضور اصطکاک کمتر از شتاب آن در غیاب اصطکاک است، اصطکاک جنبشی). اما، اگر بدون در نظر گرفتن نیروی اصطکاک شتاب نقطه تماس صفر باشد (در این مثال نیرو در ارتفاع  $h_1$  وارد شود)، در این صورت نقطه تماس تمایل به حرکت ندارد، و از این رو، نیروی اصطکاک (ایستایی یا جنبشی) به آن وارد نمی‌شود. زیرا، در صورت وارد شدن نیروی اصطکاک طبق قانون دوم نیوتون، شتاب نقطه تماس دیگر صفر نخواهد بود، و این نتیجه بدین معنی است، که اصطکاک باعث حرکت جسمی می‌شود که هیچ تمایلی به حرکت ندارد و از این رو غیرممکن است.

### 5. حرکت مهره روی تسمه نقاله

در اغلب مثال‌هایی که بررسی می‌شوند، سطح زیرین را ثابت فرض می‌کنیم اما سطح می‌تواند خود دارای حرکت باشد که یکی از ساده‌ترین مثال‌های با سطح متحرک، تسمه نقاله است.

تسمه نقاله شامل تسمه‌ای افقی است که حرکت می‌کند و اجسامی که روی آن قرار دارد را با خود جابه‌جا می‌کند. برای آغاز حرکت، دو حالت را در نظر می‌گیریم: حالت اول تسمه در حال حرکت با سرعت ثابت و به سمت راست باشد و در لحظه  $t=0$  مهره روی آن قرار گیرد که در این صورت مهره روی آن می‌لغزد و تنها نیروی افقی وارد بر آن اصطکاک تسمه است. بنابراین تا زمانی که سرعت مهره با سرعت تسمه برابر شود، نیروی اصطکاک از نوع جنبشی خواهد بود.

حالت دوم اینکه مهره روی تسمه قرار داشته باشد و هر دو ساکن باشند و در لحظه  $t=0$  تسمه به آرامی شروع به حرکت به سمت راست کند به طوری که لغزش نداشته باشیم و مهره همراه تسمه حرکت کند. در این حالت، نیروی اصطکاک میان مهره و تسمه از نوع ایستایی خواهد بود. در هر دو حالت، حرکت آغازین مهره تندشونده است و به تدریج بر سرعت آن افزوده می‌گردد. بنابراین طبق قانون دوم نیوتون، باید نیروی کل افقی وارد بر مهره که در اینجا فقط نیروی اصطکاک است هم‌جهت با حرکت مهره باشد. از این رو، نیروی اصطکاک (ایستایی یا جنبشی) الزاماً در جهت راست بر مهره وارد می‌شود و بر سرعت آن می‌افزاید.

در هر دو حالت، پس از مدتی سرعت حرکت مهره ثابت

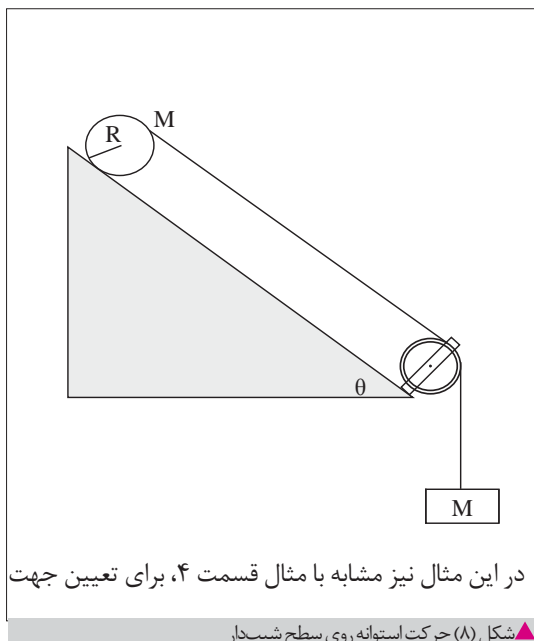
می‌شود و همراه تسمه با سرعت ثابت حرکت می‌کند (در این حالت سرعت نسبی مهره و تسمه صفر است). از آنجا که تنها نامزد نیروی افقی وارد بر مهره، نیروی اصطکاک است، طبق قانون دوم نیوتون در این مرحله نیروی اصطکاک (ایستایی و جنبشی) صفر است.

حال فرض کنید تسمه به تدریج و به آرامی شروع به ایستادن کند. طبق قانون اول نیوتون، در غیاب اصطکاک، مهره می‌خواهد همچنان با سرعت ثابت به سمت راست حرکت کند، بنابراین نیروی اصطکاک الزاماً به سمت چپ بر آن وارد می‌شود، که البته از قانون دوم نیوتون نیز همین نتیجه حاصل می‌شود. این نیروی اصطکاک با توجه به اندازه ضریب اصطکاک بین مهره و تسمه و شتاب کند شدن حرکت تسمه، می‌تواند از نوع ایستایی یا جنبشی باشد. اگر تسمه خیلی آرام شروع به ایستادن کند، مهره روی آن سُر نمی‌خورد و نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع ایستایی خواهد بود. اما اگر تسمه به‌صورت ناگهانی متوقف شود، مهره روی آن سُر خواهد خورد و نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع جنبشی است.

تحلیل مسائل مربوط به حرکت جسم روی جسم یا حرکت اجسام داخل و انت نیز به همین شیوه انجام می‌شود.

### 6. حرکت استوانه روی سطح شیب‌دار

به‌عنوان مثال آخر به بررسی حرکت یک استوانه یکنواخت روی سطح شیب‌دار خواهیم پرداخت (شکل ۸).



اصطکاک، حرکت نقطه تماس استوانه با سطح شیب‌دار را در غیاب نیروی اصطکاک مورد بررسی قرار می‌دهیم. حرکت استوانه ترکیب دو حرکت انتقالی مرکز جرم و دوران حول مرکز جرم است. نیروی کشش طناب و مؤلفه نیروی وزن در راستای سطح شیب‌دار، باعث حرکت انتقالی استوانه به سمت پایین سطح شیب‌دار می‌شوند. اگر شتاب انتقالی مرکز جرم استوانه به سمت پایین سطح شیب‌دار برابر  $a$  باشد، طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{cases} Mg \sin(\theta) + T = Ma \\ N = Mg \cos(\theta) \end{cases} \quad (12)$$

علاوه بر این، نیروی کشش طناب می‌خواهد استوانه را در جهت ساعتگرد حول مرکز جرم آن بچرخاند:

$$TR = I\alpha = \frac{1}{2}MR^2\alpha \quad (13)$$

در این رابطه  $I = \frac{1}{2}MR^2$  و  $\alpha$  به ترتیب لختی دورانی و شتاب زاویه‌ای دوران استوانه حول مرکز جرم آن است [۳]. همان‌طور که مشاهده می‌شود، جهت حرکت نقطه تماس  $A$  در اثر حرکت انتقالی و دورانی در خلاف جهت یکدیگرند. بنابراین بسته به اینکه  $(a - R\alpha)$  مثبت یا منفی باشد، نقطه  $A$  می‌خواهد به سمت پایین یا بالای سطح شیب‌دار حرکت کند، و در نتیجه نیروی اصطکاک به ترتیب به سمت بالا یا پایین خواهد بود. برای حل کامل مسئله باید معادله حرکت انتقالی جسم متصل به استوانه را نیز مورد بررسی قرار داد. از آنجایی که شتاب این جسم با شتاب نقطه بالای استوانه برابر است [۳]، طبق قانون دوم داریم:

$$Mg - T = M(a + R\alpha) \quad (14)$$

بنابراین از معادله‌های ۱۲ تا ۱۴ نتیجه می‌شود که:

$$a - R\alpha = \frac{g}{4}(\Delta \sin(\theta) - 1) \quad (15)$$

این رابطه نشان می‌دهد که در این مثال خاص نیز تعیین جهت نیروی اصطکاک (بدون انجام محاسبات) کار ساده‌ای نیست و جهت آن وابسته به زاویه سطح شیب‌دار است. در زاویه

(۱۶)

$$\sin(\theta_c) = \frac{1}{5}$$

تساوی  $a = R\alpha$  برقرار و نیروی اصطکاک (ایستایی و جنبشی) صفر است. در زاویه‌های  $\theta > \theta_c$ ، نقطه تماس استوانه با سطح شیب‌دار می‌خواهد به سمت پایین سطح شیب‌دار حرکت کند و نیروی اصطکاک در خلاف جهت و به سمت بالا خواهد بود. سرانجام در حالت  $\theta < \theta_c$ ، عبارت  $(a - R\alpha)$  منفی و نیروی اصطکاک به سمت جلو خواهد بود. نتیجه‌ی اخیر برخلاف برداشت سطحی اولیه، مبنی بر آن است که نیروی اصطکاک همیشه در خلاف جهت حرکت مرکز جرم استوانه قرار دارد. نکته مهم دیگری که باید در نظر داشت آن است که در این مثال نیز، بسته به اندازه ضریب اصطکاک ایستایی  $\mu_s$  بین استوانه و سطح شیب‌دار، و اندازه زاویه  $\theta$  سطح شیب‌دار، نیروی اصطکاک می‌تواند از نوع ایستایی یا جنبشی باشد. در دو حالت  $\theta > \theta_c$  و  $\theta < \theta_c$ ، با افزودن جمله اصطکاک به رابطه (۱۲)، و ترکیب آن با معادله‌های (۱۳) و (۱۴)، با روش مشابه قسمت ۴، می‌توان نشان داد که اگر رابطه

(۱۷)

$$\mu_s \geq \frac{|1 - \Delta \sin(\theta)|}{\Delta \cos(\theta)}$$

برقرار باشد، غلتش کامل  $(a = R\alpha)$  رخ می‌دهد و نیروی اصطکاک بین استوانه و سطح شیب‌دار از نوع ایستایی است. در غیر این صورت استوانه روی سطح سر می‌خورد  $(a \neq R\alpha)$  و نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع جنبشی خواهد بود.

## ۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله، در قالب مثال‌های مختلف، به بررسی تعیین جهت نیروی اصطکاک (ایستایی و جنبشی) پرداختیم. مثال‌های مطرح شده نشان می‌دهد که تعیین جهت نیروی اصطکاک همواره کار ساده‌ای نیست و به شرایط اولیه و مقدار پارامترهای مختلف موجود در مسئله بستگی دارد. روش کلی مطرح شده جهت تعیین جهت نیروی اصطکاک، حل کامل مسئله در غیاب اصطکاک، و تعیین جهت حرکت (یا حرکت احتمالی) نقطه‌ی تماس جسم با سطح است. پس از این فرایند، نیروی اصطکاک در جهتی است که مانع انجام این لغزش شود. این روش نشان می‌دهد که در برخی شرایط جهت نیروی اصطکاک با پیش‌بینی سطحی همخوانی ندارد، و با تغییر یک پارامتر، مثل مکان اثر نیرو، زاویه سطح و ...، جهت این نیرو می‌تواند تغییر کند.

### منابع

۱. فیزیک، دوره پیش‌دانشگاهی، رشته علوم ریاضی، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، چاپ چهاردهم، ۱۳۹۴.
۲. فیزیک (۲) و آزمایشگاه، سال دوم آموزش متوسطه، رشته‌های علوم تجربی - ریاضی فیزیک، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، چاپ سیزدهم، ۱۳۹۲.
۳. مبانی فیزیک، دیوید هالیدی - رابرت رزنیک - جرج واکر، ویرایش ۱۰.

**Direction of the Friction-Force**  
Ezzatollah Rezaei<sup>۱</sup>, KhaterehJafari<sup>۲</sup>, Mojtaba Golshani<sup>۳</sup>  
۱) Shahid Ahmadi Roshan High School for talent student, Ghorveh, Kurdistan, Iran  
۲) Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran, Iran  
۳) Faculty of Physics, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran